**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Введение с. 3  Основная часть с. 3 - 12  Заключение с.12  Приложение с. 13  Список используемой литературы с. 14 | |  | |
| **Введение**  *Логарифмы – это рифмы,*  *Словно в музыке слова.*  *С ними проще вычисленья –*  *Не сложней, чем дважды два.*  Более 300 лет логарифмы использовались для облегчения вычислений. Их основное достоинство – способность сводить умножение к сложению на основании свойств логарифмов. Они нужны инженеру и астроному, штурману и артиллеристу, всем, кому приходится вести громоздкие вычисления. Нужны ли они сегодня, когда вычислительная техника достаточно развита, чтобы справляться с самыми сложными расчетами?  **Цель исследования:** доказать, что логарифмы занимают важное место в нашей жизни, так как лежат в основе многих привычных и знакомых нам явлений.  **Гипотеза:** логарифм - интересное и занимательное математическое понятие.  **Задачи исследования:** изучить происхождение «логарифма», найти практическое применение логарифмов в различных областях науки и при подготовке к ЕГЭ.  **Методы исследования:** изучение литературы по данной теме.  **Основная часть**  Открытие логарифмов в 16 веке было связано с быстрым развитием астрономии, требовавшей сложных и точных вычислений. Французский математик П.С.Лаплас (1749-1827) писал, что «изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь…»  Что такое логарифмы? Откуда они берут свое начало? В конце века нескольким математикам пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда деление заменится на вычитание. Первым эту идею опубликовал Михаэль Штифель в книге «Общая математика».  «Удивительная таблица» Михаила Штифеля   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |  |  |  |  | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 |   В верхней строчке написана арифметическая прогрессия с разностью 1.  В нижней - геометрическая прогрессия со знаменателем 2. Нулю арифметической прогрессии соответствует единица геометрической. С помощью этой таблицы можно находить действия: умножение, деление, возводить в степень и извлекать корни. Например, надо умножить на 128. Над -1, а над 128 написано 7. Сложим -1 и 7.Получится 6. Под 6 читаем 64, искомое произведение. Найдем . Над 256-8.Делим 8 на 4, против 2 читаем 4.Значит,  Если нижнюю строчку таблицы Штифеля переписать в виде степеней:,,…,то можно заметить, что показатели степени составляют арифметическую прогрессию, сами степени-геометрическую.  Куда же ведут прогрессии? Ведь это слово означает «движение вперед». Улучшим таблицу Штифеля. «Уплотнив» верхнюю строчку, вставим между ее членами их среднее арифметическое. В нижней строчке между числами вставим среднее геометрическое.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 |  |  |  | 2 | |  | ≈2,38 | ≈2,83 | ≈3,35 | =4,00 |   Расстояния между соседними числами можно уменьшать и т.д. Именно этот путь привел в начале 17 века шотландского математика Джона Непера(1550-1617) к созданию таблиц логарифмов. «Осознав, что в математике нет ничего более скучного и утомительного, чем умножение, деление, извлечение квадратных и кубических корней, и что названные операции являются бесполезной тратой времени и неиссякаемым источником неуловимых ошибок, я решил найти простое и надежное средство, чтобы избавиться от них». Джон Непер «Канон о логарифмах». Итак, прогрессии ведут нас к логарифмам.  Слово «логарифм» происходит от греческих слов λσγοϕ - число и αριυμοϕ - отношение. Переводится как «отношения чисел», одно из которых является членом арифметической прогрессии, а другое –геометрической. Логарифмом положительного числа b по основанию а  (а > 0, а ≠ 1) есть число α, такое, что b = , обозначают так: **= α.**  То есть, логарифмом данного числа называется показатель степени, в которую нужно возвести другое число, называемое основанием логарифма, чтобы получить данное число. Основные свойства логарифмов (Приложение№1).  Наиболее широкое применение нашли следующие виды логарифмов:  1) Десятичные: Логарифмы по основанию 10 называют десятичными (обозначение: lg a). До изобретения калькуляторов они широко применялись для вычислений. Здесь вводится понятие характеристики и мантиссы десятичного логарифма. Неравномерная шкала десятичных логарифмов обычно наносится и на логарифмические линейки.    Подобная шкала используется во многих областях науки, например:  -Физика — интенсивность звука (децибелы). Формула зависимости: N ~ lg S, где N - величина громкости, S - сила звука.  shedevr  -Астрономия — шкала яркости звёзд.  -Химия — активность водородных ионов (pH).  -Сейсмология — шкала Рихтера.  -Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.  -История — логарифмическая шкала времени.  2) Двоичные: Логарифмы по основанию 2 называют двоичными. Они применяются в теории информации, информатике, а также нашли применение в музыке. Музыканты редко увлекаются математикой. Большинство из них питают к этой науке чувство уважения. Между тем, музыканты – даже те, которые не проверяют подобно Сальери у Пушкина “алгеброй гармонию”, встречаются с математикой гораздо чаще, чем сами подозревают, и притом с такими “странными” вещами, как логарифмы. Темперированной хроматической гаммы (12- звуковой) частот звуковых колебаний представляют собой логарифмы с основанием 2.  3) Натуральные: Логарифмы по основанию e (число Эйлера), трансцендентному числу, приближенно равному 2,71828, называются натуральными (lnа). Связь с десятичным логарифмом:  ; lgх0,43429  Они встречаются преимущественно в работах по математическому анализу и его приложениям к различным наукам. Логарифмы по основанию e, хотя и не совсем те, которые были введены Непером, часто называют неперовыми. Первые логарифмы в силу исторических причин использовали приближения к числам 1/e и e. Несколько позднее идею натуральных логарифмов стали связывать с изучением площадей, изображенных под гиперболой xy = 4.    Рис.1. График ветви гиперболы xy = 4.  Площади под гиперболой на отрезках от x =1 до x = 2, от x = 2 до x = 4 и от x = 4 до x = 8 равны; общая площадь заштрихованной фигуры возрастает в арифметической прогрессии (1, 2, 3, 4), тогда как длина отрезков на оси x возрастает в геометрической прогрессии (1, 2, 4, 8). Площади под гиперболой на отрезках от x =1 до x = 2, от x = 2 до x = 4 и от x = 4 до x = 8 равны; общая площадь заштрихованной фигуры возрастает в арифметической прогрессии (1, 2, 3, 4), тогда как длина отрезков на оси x возрастает в геометрической прогрессии (1, 2, 4, 8).  В 17 веке было показано, что площадь, ограниченная этой кривой, осью x и ординатами x = 1 и x = a (на рис. 1 эта область покрыта более жирными и редкими точками) возрастает в арифметической прогрессии, когда a возрастает в геометрической прогрессии. Именно такая зависимость возникает в правилах действий над экспонентами и логарифмами. Это дало основание называть неперовы логарифмы "гиперболическими логарифмами».  Было время, когда логарифмы рассматривались исключительно как средство вычислений, однако в 18 веке, благодаря трудам Эйлера, сформировалась концепция логарифмической функции. График такой функции y = lnx, ординаты которого возрастают в арифметической прогрессии, тогда как абсциссы - в геометрической, представлен на рис. 2,а. График обратной, или показательной (экспоненциальной), функции y = ex, ординаты которого возрастают в геометрической прогрессии, а абсциссы - в арифметической, представлен, соответственно, на рис. 2,б. (Кривые y = logx и y = 10x по форме аналогичны кривым y = lnx и y = ex.)    Рис.2. а и б.  Логарифмическая функция возникает в связи с самыми разными природными формами. По логарифмическим спиралям выстраиваются цветки в соцветиях подсолнечника, закручиваются раковины моллюска Nautilus, рога горного барана и клювы попугаев.  Все эти природные формы могут служить примерами кривой, известной под названием логарифмической спирали, которая описывается уравнением r=aф, где r – расстояние от точки, вокруг которой закручивается спираль (ее называют полюсом), до произвольной точки на спирали, ф – угол поворота относительно полюса, а – постоянная.  Спираль называется логарифмической, т.к. логарифм расстояния (logar) возрастает пропорционально углу поворота ф.  Копия log_spiral  **Свойства логарифмической спирали**  1. Произвольный луч, выходящий из полюса спирали, пересекает любой виток спирали под одним и тем же углом. Логарифмическая спираль не изменяет своей природы при многих преобразованиях, к которым чувствительны другие кривые. Сжать или растянуть эту спираль – то же самое, что повернуть ее на определенный угол.  spiral_ugol  2. Если вращать спираль вокруг полюса по часовой стрелке, то можно наблюдать кажущееся растяжение спирали.  Вопрос: Если идти все время на северо-восток, то куда придешь?  Обычно на этот вопрос отвечают так: обойду земной шар и вернусь в точку начала пути.  Но этот ответ неверен. Ведь идти на северо-восток - это значит постоянно увеличивать восточную долготу и северную широту, и вернуться в более южную точку мы не сможем. Рано или поздно мы попадем на северный полюс. При этом путь, который мы пройдем, будет иметь вид логарифмической спирали. На рисунке вы можете видеть этот путь так, как мы увидели бы его, смотря на земной шар со стороны северного полюса.  Копия (2) sk001  **Логарифмическая спираль в природе**  Можно сказать, что эта спираль является математическим символом соотношения формы и роста. Великий немецкий поэт Иоганн-Вольфганг Гете считал ее даже математическим символом жизни и духовного развития. По логарифмической спирали очерчены не только раковины. Один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмическим спиралям. В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к логарифмической спирали.  По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики**,** в частности Галактика, которой принадлежит Солнечная система.  4) «Золотые» логарифмы– это логарифмы с основанием, равным «золотому» числу, или числу Фидия: Ф = 1,6180339, описываются формулой: logф М = P;  Применение свойств логарифмов  **1. Логарифмическая диковинка:**  Пусть дано целое положительное число 3, тогда: http://club-edu.tambov.ru/vjpusk/vjp141/rabot/10/images/new_pa27.gif  Так как http://club-edu.tambov.ru/vjpusk/vjp141/rabot/10/images/new_pa28.gif  Анологично, http://club-edu.tambov.ru/vjpusk/vjp141/rabot/10/images/new_pa29.gif  Общее решение:  http://club-edu.tambov.ru/vjpusk/vjp141/rabot/10/images/new_pa30.gif  **2. Какое из двух чисел больше  или ?**  *Решение.*  Упростим запись каждого из двух чисел:  .  ,  Так как , и функция  монотонно возрастает на , получим, что первое число меньше 1, а второе число больше 1.  Ответ: < .  **3. При каких значениях а сумма  и  будет больше единицы при всех *х*?**  *Решение.*  Выделим целые части в выражениях, стоящих под знаком логарифма:  Оба логарифмических выражения определены при всех *х*. Их сумма равна  , где .  Функция  четная, убывает, стремясь к нулю, при неограниченном возрастании , а ее наибольшее значение равно 1. Значит,  При  логарифмическая функция с основанием *а* возрастает. Значит, получаем . Парабола  симметрична относительно прямой  и возрастает на .  Значит, для того, чтобы функция принимала положительные значения на этом промежутке, нужно, чтобы было неотрицательное значение в левом конные промежутка , т.е.    При  получаем неравенство  при всех . Для того, чтобы функция принимала отрицательные значения на этом промежутке данной квадратичной функции, нужна ее отрицательность в правом конце , т.е.  ; , что противоречит неравенству . Ответ: .  **Заключение**  «С точки зрения вычислительной практики изобретение логарифмов по важности можно смело поставить рядом с другим, более древним изобретением индусов – нашей десятичной системой нумерации» /Успенский Я.В./  «Зачем мы изучаем логарифмы?»  Во-первых, логарифмы сегодня позволяют упрощать вычисления. Во-вторых, испокон веков целью математической науки было помочь людям узнать больше об окружающем мире, познать его закономерности и тайны.  Вывод: Логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.  **Приложение №1**    **Список используемой литературы** | | |  |
|  |
|  | |  | |
|  | |  | |
|  | |  | |

1.Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике.

2.Евдокимова Н.Н., Краткий справочник по математике. 9 - 11 классы. – СПб.: ИД «Литера», 2010.

3.УМК С.М. Никольский Алгебра и начала анализа М, «Просвещение»2008, учебник, дидактический материал М, «Просвещение»2008.

4. Л.Ф.Пичурин «За страницами алгебры» М, «Просвещение»1990.

5. Я. И. Перельмана “Занимательная алгебра”, “Занимательная физика”,

6. Б.А. Татьянкин, Исследовательская деятельность учащихся в профильной школе. М, «Электив» 2007.

**Интернет-ресурсы:**

1.http://slovari.yandex.ru/

2.http://www.google.ru/images